

文章编号: 1000-7598 (2011) 12-3755-08

狭窄基坑平动模式刚性挡墙被动土压力分析

应宏伟^{1,2}, 郑贝贝^{1,2}, 谢新宇^{1,2}

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310058; 2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058)

摘要: 对于地铁车站、地下管道沟槽等狭窄基坑, 其被动区土体宽度有限, 不满足半无限体的假定, 采用经典的库仑、朗肯土压力理论计算挡墙被动土压力是不合适的。首先建立了无黏性土中狭窄基坑刚性挡墙的有限元分析模型, 研究了挡墙相对平移时不同宽度土体的被动滑裂面的分布规律; 借鉴库仑平面土楔假定, 建立了狭窄基坑刚性平动挡墙被动土压力的理论计算模型, 推导了被动极限状态下滑裂面倾角及被动土压力系数的解析公式; 再采用水平薄层单元法, 得到了被动土压力分布、土压力合力作用点高度的理论公式。结合算例, 深入研究了这种工程背景下挡墙被动滑裂面倾角的影响因素, 以及被动土压力合力、土压力分布及合力作用点位置与经典库仑土压力理论的差别, 与数值计算结果的对比较验证了该理论方法的合理性。研究发现, 当被动区土体宽度小于满足半无限体的临界值、且墙土摩擦角大于0时, 被动滑裂面倾角大于传统库仑被动滑裂面倾角, 被动土压力大于经典库仑解, 合力作用点高度则小于库仑解, 且基坑越窄, 墙土摩擦角越大, 其差别越大。

关键词: 狭窄基坑; 平动模式; 挡土墙; 滑裂面倾角; 被动土压力

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Study of passive earth pressures against translating rigid retaining walls in narrow excavations

YING Hong-wei^{1,2}, ZHENG Bei-bei^{1,2}, XIE Xin-yu^{1,2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

2. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering of Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: For the case of narrow excavations such as subway stations and underground pipe, the width of the soil mass in passive zone is limited, so it's unsuitable to use the classical Coulomb or Rankine earth pressure theory to calculate the passive earth pressure. A finite element numerical model for retaining wall in narrow excavations is presented. The slip surfaces in the soils at passive limiting state with different widths of soils when the walls translating are investigated. Based on the concept of Coulomb sliding soil wedge, a new theoretical model for determining passive earth pressures against translating rigid retaining walls in narrow excavations is proposed. The formulae of the inclination angles of slip surfaces and coefficients of the resultant passive pressures are obtained. Then the horizontal differential element method is introduced and the unit passive pressures and the points of application of the resultant earth pressures are proposed. The factors that influence the inclination angle of slip surface under this circumstance are studied in detail. The comparisons between theoretical and numerical values show that the proposed equations satisfactorily predict the earth pressure on the wall. It is also shown that if the width of soil mass in passive zone is less than a critical value and the wall friction can not be negligible, the inclination angles of slip surface and the passive earth pressures are larger; while the heights of points of application of pressures are less than Coulomb's solution. The narrower the pit or the rougher the wall-soil interaction is, the more significant the differences are.

Key words: narrow excavation; mode of translation; retaining wall; inclination angle of slip surface; passive earth pressure

1 引言

随着城市建设不断向地下空间发展, 管网工程全面铺开, 地铁工程加速发展。在这类基坑工程中,

基坑的宽度与深度之比往往较小, 基坑两侧挡墙之间距离较近, 极限状态时被动滑裂土楔体形状可能由经典库仑理论中的三角形变为梯形, 此时应考虑土体宽度和相邻挡墙的影响。对这类问题目前一般

收稿日期: 2010-06-08

基金项目: “十一五” 国家科技支撑项目 (No. 2008BAJ06B00)。

第一作者简介: 应宏伟, 男, 1971年生, 博士, 副教授, 主要从事软黏土力学与地基处理、土工数值分析、地下工程的教学与科研工作。

E-mail: ice898@zju.edu.cn

仍然采用经典的库仑或朗肯理论计算被动土压力, 没有成熟的方法可以借鉴。经典土压力理论对于被动区土体采用半无限体的假定, 显然对于狭窄基坑的情形并不适合。

针对被动土压力问题, 不少学者进行了相应研究^[1-2]。另有一些学者则对有限土体的土压力理论进行了初步研究^[3-8], 指出采用经典的朗肯或库仑理论会使基坑设计偏于保守。Frydman^[3]和 Take^[4]采用库仑土压力公式计算距离基岩面很近的挡土墙的主动和静止土压力, 并与离心模型试验结果对比; 马平^[5]忽略梯形楔体竖直短边上的作用力, 建立了有限土体主动土压力极限分析模型, 并研究了有限土体宽度、计算深度以及抗剪强度参数与滑裂面倾角之间的关系; 庞小朝^[6]基于平面滑裂面假定, 得到了墙前预留土体被动土压力的解析解。然而这些有限土体的研究大多针对静止和主动土压力, 或者尚存在不足之处, 如文献[6]的解虽考虑到有限宽度土体在土重上与库仑三角土楔体的不同, 但却只适用于中心岛法中预留土体的情况, 而对狭窄基坑这种有限土体却并不适用。基于此, 本文通过无黏性土中狭窄基坑刚性挡墙的有限元分析, 研究了挡墙相对平移时不同宽度土体的被动滑裂面的分布规律; 借鉴库仑平面土楔假定, 建立狭窄基坑有限土体被动土压力的理论计算模型, 得出被动极限状态下滑裂面倾角及被动土压力系数的解析公式; 并且采用水平薄层单元法, 得出狭窄基坑平动模式挡土墙的被动土压力分布及土压力合力作用点高度的理论公式。结合算例, 研究了挡墙被动滑裂面倾角的影响因素, 通过将被动土压力分布、土压力合力及合力作用点位置与经典库仑土压力理论、数值计算结果进行比较, 验证了本文方法的合理性。

2 数值模型及被动滑裂面分布

ABAQUS 作为一种功能强大的有限元分析软件, 从简单的线弹性问题到复杂的几何非线性和材料非线性问题均获得了广泛应用。针对上述问题, 采用 ABAQUS 软件建模, 进行数值研究。

2.1 数值模型

有限元模型基本假定如下: ①土体采用摩尔-库仑理想弹塑性模型; ②模型满足平面应变条件; ③墙体之间设 penalty 接触面, 不考虑挡墙施工和墙土接触面对土体初始应力场的影响, 即在挡土墙相对平动之前, 土体初始应力为自重应力; ④挡土墙为绝对刚性, 墙背直立, 墙后填土面水平, 填土为无黏性土, 不考虑地下水的作用。

模型基本参数如下: 刚性挡土墙参考点以上的土体高度为 $h_1 = 1.0 \text{ m}$, 参考点以下土体高度为 0.5 m , 分析时保持水平向固定, 以模拟挡墙基础; 通过控制参考点的位置来实现挡土墙平动位移的大小。土体单元采用 4 节点四边形双线性平面应变单元, 土体参数为: 重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$; 弹性模量 $E_s = 18 \text{ MPa}$; 泊松比 $\mu = 0.3$; 土体内摩擦角 $\varphi = 30^\circ$; 墙土摩擦角 $\delta = 10^\circ$ 。

为分析基坑(有限土体)宽度对被动土压力的影响, 分别取基坑宽度 $2b$ 为 2.0 、 1.0 、 0.5 m 进行计算。逐步增加两侧挡土墙的相对平移位移量, 当土压力趋于稳值时, 认为土体达到了塑性极限状态, 即分析步到此停止。

2.2 被动滑裂面的分布

定义土体宽高比为 $t_1 = 2b/h_1$, 被动极限状态下不同 t_1 土体的塑性应变数值计算结果如图 1 所示。

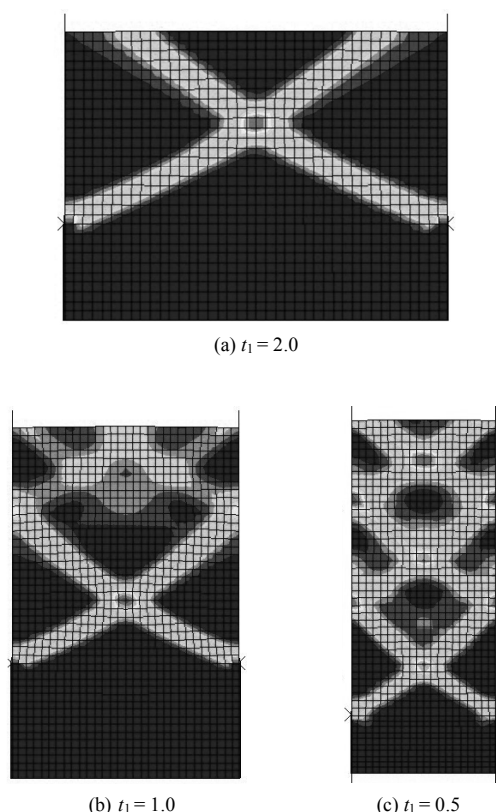


图 1 不同宽高比 t_1 时的被动极限状态土体塑性应变分布
Fig.1 Magnitude of plastic strain at integration points with different values of t_1

从图可见, 当 t_1 较大时, 极限状态时土体的高塑性应变区域(可近似视为滑裂面)基本为通过墙踵的直线, 与经典库仑理论相似; 当 t_1 值小于临界值后, 土体上部将出现第 2 道滑裂面; 随着 t_1 值的继续减小, 土体将逐渐出现多道滑裂面。

3 基本方程建立与求解

根据图 1 数值分析得到的有限土体被动滑裂面的分布规律, 建立狭窄基坑有限土体被动土压力的理论计算模型, 如图 2 所示。

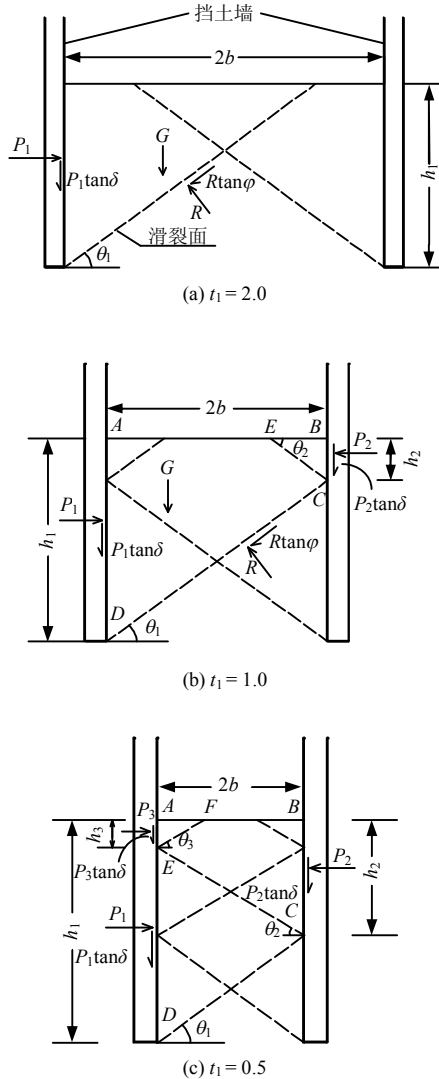


图 2 计算模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of calculating model

对于图 2(a)中情况, 设 h_1 为滑动土楔高度, G 为滑动土楔的重力, φ 为土体内摩擦角, δ 为墙土摩擦角, θ_1 为通过墙踵的第 1 道滑裂面倾角, K_1 为被动土压力系数, P_1 为被动土压力合力。按照经典库仑理论, 使 K_1 为极小值的滑裂面倾角 θ_1 即为库仑被动滑裂面倾角 θ_c ,

$$\theta_1 = \theta_c = \arctan \frac{1 - \tan \varphi \tan \delta}{(\tan \varphi + \tan \delta) \left(1 + \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi + 1}{\tan^2 \varphi + \tan \varphi \tan \delta}} \right)} \quad (1)$$

此时土体宽深比 t_1 必须满足

$$t_1 \geq t_c = \cot \theta_c \quad (2)$$

而随着宽度的减小, 式 (2) 不再满足时, 将会出现图 2(b)的情况, 记滑裂面在另一侧挡墙所截的高度为 h_2 (图中 BC 段), 而作用在此侧 h_2 高度上的被动土压力记为 P_2 , 相应的土压力系数为 K_2 , 其他符号意义同上。

先取此梯形滑动土楔 (图中梯形 $ABCD$) 为分析对象, 水平方向上力的平衡方程为

$$P_1 = R \sin \theta_1 + R \tan \varphi \cos \theta_1 + P_2 \quad (3)$$

竖直方向上力的平衡方程

$$P_1 \tan \delta + P_2 \tan \delta + G = R \cos \theta_1 - R \tan \varphi \sin \theta_1 \quad (4)$$

式中: $G = (h_1 + h_2)b\gamma$ 。

由式 (3) 可知, 除土楔自重 G 以外, 被动土压力 P_1 由土楔体反力 R 和 P_2 确定, 可以假定认为, 在两侧挡墙相对平动的过程中, h_2 高度上的被动土压力 P_2 先达到极限值, 即土体上面部分先形成滑裂面 CE , 然后再形成滑裂面 CD 。记 $h_2 = \xi_1 h_1$, 则由几何条件可知

$$\tan \theta_1 = \frac{1 - \xi_1}{t_1} \quad (5)$$

联立式 (3) ~ (5), 消去 R 可得

$$K_1 = \frac{2P_1}{\gamma h_1^2} = \frac{\frac{2P_2}{\gamma h_2^2} B_1 + C_1}{A_1} = \frac{K_2 B_1 + C_1}{A_1} \quad (6)$$

式中: $A_1 = (\xi_1 - 1)(\tan \varphi + \tan \delta) + t_1(1 - \tan \varphi \tan \delta)$;

$B_1 = (\xi_1^3 - \xi_1^2)(\tan \varphi - \tan \delta) + \xi_1^2 t_1(1 + \tan \varphi \tan \delta)$;

$C_1 = -\xi_1^2 t_1 + \xi_1 t_1^2 \tan \varphi + t_1^2 \tan \varphi + t_1$ 。

可知 K_1 为关于 K_2 、 ξ_1 和 t_1 的函数, 记做

$$K_1 = F(K_2, \xi_1, t_1) \quad (7)$$

对于图 2(b)这种情况, 三角形土楔 BCE 满足经典库仑理论的条件, 即

$$\frac{2b}{h_2} = t_2 \geq t_c \quad (8)$$

故由库仑被动土压力理论可知, 滑裂面 CE 的倾角 $\theta_2 = \theta_c$, 此时得到的 K_2 最小值即为库仑被动土压力系数 K_c 为

$$K_c = \frac{\cos^2 \varphi}{\left(1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin \varphi}{\cos \delta}}\right)^2} \quad (9)$$

于是式 (7) 中的 K_1 简化为仅关于 ξ_1 和 t_1 的函数,

$$K_1 = F(K_c, \xi_1, t_1) \quad (10)$$

在上式中, 对于给定的宽高比 t_1 以及 γ 、 φ 、 δ 、 K_c 都已知, 而滑动面倾角 θ_1 则是任意假定的, 于是选定不同的 θ_1 角, 可得到一系列相应的被动土压力系数 K_1 。其中的最小值即为被动土压力系数, 相应的滑动面即是最危险滑动面。根据式 (5), θ_1 与 ξ_1 为相关联的函数, 因此, 可用求极值的方法求得 K_1 的极小值, 即

$$\frac{dK_1}{d\xi_1} = \frac{K_c B'_1 A_1 - K_c A'_1 B_1 + C'_1 A_1 - A'_1 C_1}{A_1^2} = 0 \quad (11)$$

式中: $A'_1 = \tan \varphi + \tan \delta$; $B'_1 = (3\xi_1^2 - 2\xi_1)(\tan \varphi - \tan \delta) + 2\xi_1 t_1 (1 + \tan \varphi \tan \delta)$; $C'_1 = -2\xi_1 t_1 + t_1^2 \tan \varphi$ 。

整理式 (11) 可得,

$$M_1 \xi_1^3 + M_2 \xi_1^2 + M_3 \xi_1 + M_4 = 0 \quad (12)$$

式中:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2K_c (\tan^2 \varphi - \tan^2 \delta); \\ M_2 &= 3K_c (t_1 - t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi - \tan \delta) \cdot \\ &\quad (\tan \varphi - \tan \delta) + K_c (\tan \varphi + \tan \delta) \cdot \\ &\quad (t_1 + t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi + \tan \delta) - \\ &\quad t_1 (\tan \varphi + \tan \delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= 2K_c (t_1 + t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi + \tan \delta) \cdot \\ &\quad (t_1 - t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi - \tan \delta) - \\ &\quad 2t_1 (t_1 - t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi - \tan \delta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_4 &= t_1^2 \tan \varphi (t_1 - t_1 \tan \varphi \tan \delta - \tan \varphi - \tan \delta) - \\ &\quad (t_1^2 \tan \varphi + t_1) (\tan \varphi + \tan \delta) \end{aligned}$$

式 (12) 为关于 ξ_1 的一元三次方程。若解得方程的根 ξ_1 满足取值范围式 (8), 即为极限状态下滑裂面倾角对应的 ξ_1 值。此时根据式 (5)、(10), 可得滑裂面倾角和被动土压力系数的解析表达式

$$\theta_1 = \arctan \frac{1 - \xi_1}{t_1} \quad (13)$$

$$K_1 = F(K_c, \xi_1, t_1) \quad (14)$$

当宽高比 t_1 进一步减小, 会使得 t_2 也不再满足 $t_2 \geq t_c$, 此时滑裂面 CE 将再次与对侧挡墙相交, 如

图 2(c) 所示。

对于这种普遍的情况, 假设共产生了 n 组滑裂面, 第 i 组滑裂面底部相应的深度为 h_i , 滑动面倾角为 θ_i , 被动土压力为 P_i 。

$$\text{记 } t_i = \frac{2b}{h_i}, \quad \xi_i = \frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{t_i}{t_{i+1}}, \quad K_i = \frac{2P_i}{\gamma h_i^2}。$$

则式 (3)、(4) 化为更一般的情况,

$$P_i = R_i \sin \theta_i + R_i \tan \varphi \cos \theta_i + P_{i+1} \quad (15)$$

$$(P_i + P_{i+1}) \tan \delta + G_i = R_i \cos \theta_i - R_i \tan \varphi \sin \theta_i \quad (16)$$

式中: $G_i = (h_i + h_{i+1}) b \gamma$ 。

同理可得,

$$K_i = \frac{K_{i+1} B_i + C_i}{A_i} = F(K_{i+1}, \xi_i, t_i) \quad (17)$$

式中:

$$A_i = (\xi_i - 1)(\tan \varphi + \tan \delta) + t_i (1 - \tan \varphi \tan \delta);$$

$$B_i = (\xi_i^3 - \xi_i^2)(\tan \varphi - \tan \delta) + \xi_i^2 t_i (1 + \tan \varphi \tan \delta);$$

$$C_i = -\xi_i^2 t_i + \xi_i t_i^2 \tan \varphi + t_i^2 \tan \varphi + t_i。$$

因为 $K_n = K_c$ 为确定值, 所以先将 K_{n-1} 对 ξ_{n-1} 求导,

$$\begin{aligned} \frac{dK_{n-1}}{d\xi_{n-1}} &= \\ \frac{K_c B'_{n-1} A_{n-1} - K_c A'_{n-1} B_{n-1} + C'_{n-1} A_{n-1} - A'_{n-1} C_{n-1}}{A_{n-1}^2} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

按式 (11) ~ (14) 的求解过程解式 (18) 可得 θ_{n-1} 、 K_{n-1} 值。再将 K_{n-2} 对 ξ_{n-2} 进行求导, 同理可解得 θ_{n-2} 、 K_{n-2} 值。依次类推, 最后即解得 θ_1 、 K_1 值。应用软件 MATLAB 编制相应的计算程序可实现以上的迭代求解过程。

4 滑裂面倾角

通过上述讨论, 根据式 (13) 和前述迭代算法, 即可得到不同的土体宽高比所对应的滑裂面倾角, 以 $\varphi = 30^\circ$ 的结果为例, 绘成 θ_1 随宽高比 t_1 变化的曲线, 如图 3 所示。

由图可知, 当土体宽度小于临界值 t_c 时, 若 $\delta > 0$, 滑裂面倾角 θ_1 均大于库仑滑裂角 θ_c , 而且随着土体宽度的减小, θ_1 值逐渐增大, 且增加幅度越来越平缓, 最后趋向于一个稳定值; 若 $\delta = 0$, 则 θ_1 退化为朗肯滑裂面倾角。此外, 对于相同宽高比

的土体而言, δ 值越大, 土体宽度对滑裂面倾角 θ_1 的影响也就越大。

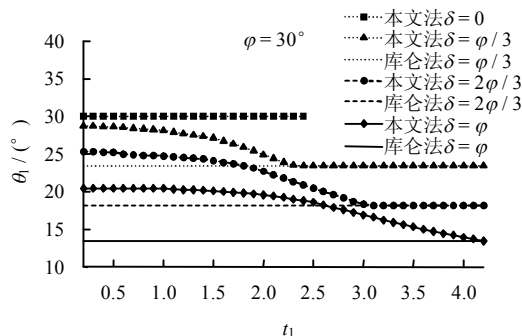


图 3 滑裂面倾角值 θ_1 随土体宽高比 t_1 的变化

Fig.3 Variation of inclination angle of slip surfaces θ_1 with t_1

5 被动土压力系数

同样, 根据式 (14) 和前述迭代算法, 得到 $\varphi = 30^\circ$ 时不同宽高比所对应的被动土压力系数 K_1 , 如图 4 和表 1 所示。

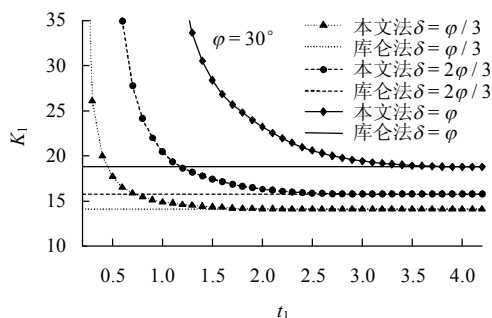


图 4 被动土压力系数随宽高比 t_1 的变化

Fig.4 Variation of coefficients of earth passive pressures K_1 with t_1

表 1 被动土压力系数 K_1

Table 1 Coefficients of passive earth pressures K_1

t_1	不同 δ 时的 K_1 值			
	0°	10°	20°	30°
0.2	3.000	48.537	$>10^4$	$>10^4$
0.4	3.000	9.948	92.917	7 702.027
0.8	3.000	5.403	14.109	94.402
1.2	3.000	4.597	8.642	28.296
1.6	3.000	4.250	7.109	16.807
2.0	3.000	4.106	6.282	13.180
2.4	3.000	4.080	5.900	10.951
3.0	3.000	4.080	5.738	9.400
3.6	3.000	4.080	5.737	8.860
t_c	3.000	4.080	5.737	8.743
库仑解	3.000	4.080	5.737	8.743

由图 4 和表 1 可知, 当土体宽度小于临界值 t_c 时, 若 $\delta > 0$, 被动土压力系数 K_1 均大于库仑土压

力系数 K_c , 而且随着土体宽度的减小, K_1 值逐步增大, 且增加幅度越发明显, 最后趋向于正无穷; 若 $\delta = 0$, 不论 t_1 如何变化, K_1 恒等于朗肯被动土压力系数 K_c , 即土体宽度对被动土压力无影响。此外, 对于相同宽高比的土体而言, φ 值、 δ 值越大, 土体宽度对被动土压力系数 K_1 的影响也就越大。

6 被动土压力分布

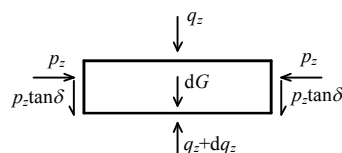
由 K_1 易得到平动模式挡土墙被动土压力合力的表达式,

$$P_1 = \frac{1}{2} \gamma h_1^2 K_1 \quad (19)$$

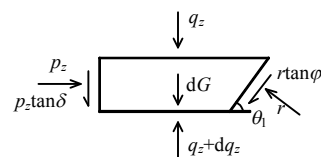
为了得到水平被动土压力的分布, 可采用水平薄层单元法。以图 2(b) 典型情况为例, 根据土楔体形状和受力情况, 可划分为两类典型片体单元, 如图 5 所示。

6.1 第 1 类片体单元

第 1 类片体单元为矩形单元, 距土楔体表面深度为 z ($0 \leq z \leq h_2$), 宽度为 $2b$, 厚度为 dz 。作用于单元上的力有: 两侧挡土墙的水平反力 p_z , 两侧挡土墙背与填土的摩擦力 $p_z \tan \delta$, 单元顶面的竖向平均压力 q_z , 单元底面的竖直平均反力 $q_z + dq_z$ 以及片体单元自重 dG , 如图 5(a)。



(a) 第 1 类片体单元



(b) 第 2 类片体单元

图 5 典型片体单元受力分析

Fig.5 Typical models of horizontal differential elements

由单元竖向平衡条件得,

$$2p_z \tan \delta dz + \gamma 2bdz = dq_z 2b \quad (20)$$

令 $p_z = kq_z$, 其中 k 为侧向被动土压力系数。代入式 (20), 整理得,

$$\frac{dq_z}{dz} = \frac{k \tan \delta}{b} q_z + \gamma \quad (21)$$

根据边界条件: 当 $z = 0$ 时, $q_z = 0$ 。求解微分方程, 可得当 $0 \leq z \leq h_2$ 时,

$$q_z = \frac{\gamma b}{k \tan \delta} \left[\exp\left(\frac{k \tan \delta}{b} z\right) - 1 \right] \quad (22)$$

$$p_z = \frac{\gamma b}{\tan \delta} \left[\exp\left(\frac{k \tan \delta}{b} z\right) - 1 \right] \quad (23)$$

6.2 第 2 类片体单元

第 2 类片体单元为梯形单元, 距离土楔体的表面深度为 z ($h_2 \leq z < h_1$)。作用于单元上的力有: 挡土墙的水平反力 p_z , 挡土墙背与填土的摩擦力 $p_z \tan \delta$, 单元顶面的竖向平均压力 p_z , 单元底面的竖直平均反力 $q_z + dq_z$, 滑动土体与稳定土体之间的反力 r 和摩擦力 $r \tan \varphi$, 以及片体单元自重 dG , 如图 5(b)。由水平方向平衡条件得,

$$p_z dz = r dz + r \tan \varphi \cot \theta_1 dz \quad (24)$$

由竖直方向平衡条件得,

$$p_z \tan \delta dz + q_z \frac{h_1 - z}{\tan \theta_1} + dG = \frac{rdz}{\tan \theta_1} - r \tan \varphi dz + (q_z + dq_z) \frac{h_1 - z - dz}{\tan \theta_1} \quad (25)$$

$$\text{式中: } dG = \frac{\gamma}{\tan \theta_1} \left(h_1 - z - \frac{dz}{2} \right) dz。$$

同样令 $p_z = kq_z$, 代入式 (24)、(25), 忽略两次微分量 $dq_z dz$ 、 $dz dz$ 项, 整理可得,

$$\frac{dq_z}{dz} = (kD_1 + 1) \frac{q_z}{h_1 - z} + \gamma \quad (26)$$

$$\text{式中: 常数 } D_1 = \tan \theta_1 \tan \delta - \tan \theta_1 \frac{1 - \tan \theta_1 \tan \varphi}{\tan \theta_1 + \tan \varphi}。$$

根据边界条件: 当 $z = h_2$ 时, p_z 应与式 (23) 求得的结果相同, 即

$$q_{h_2} = \frac{p_{h_2}}{k} = \frac{\gamma b}{k \tan \delta} \left[\exp\left(\frac{k \tan \delta}{b} h_2\right) - 1 \right] \quad (27)$$

求解微分方程 (26), 可得当 $h_2 \leq z < h_1$ 时,

$$q_z = \frac{-\gamma}{kD_1 + 2} (h_1 - z) + D_2 (h_1 - z)^{-kD_1 - 1} \quad (28)$$

$$p_z = \frac{-\gamma k}{kD_1 + 2} (h_1 - z) + D_2 k (h_1 - z)^{-kD_1 - 1} \quad (29)$$

$$\text{式中: 积分常数 } D_2 = q_{h_2} (h_1 - h_2)^{kD_1 + 1} + \frac{\gamma}{kD_1 + 2} (h_1 - h_2)^{kD_1 + 2}。$$

式 (23)、(29) 即为水平被动土压力分布方程。其中 k 为待定系数, 是与许多因素相关的复杂系数, 有不同的取值方法^[9]。

将 p_z 沿墙高积分即可得到水平被动土压力合力,

$$P_1 = \int_0^{h_1} p_z dz = \frac{\gamma b^2}{k \tan^2 \delta} \left[\exp\left(\frac{k \tan \delta}{b} h_2\right) - 1 \right] - \frac{\gamma b}{\tan \delta} h_2 - \frac{\gamma k}{2kD_1 + 4} (h_1 - h_2)^2 - \frac{D_2}{D_1} (h_1 - h_2)^{-kD_1} \quad (30)$$

同时对地表至 h_2 深度范围的第 1 类片体单元中的 p_z 进行积分可得,

$$P_2 = \int_0^{h_2} p_z dz = \frac{\gamma b^2}{k \tan^2 \delta} \left[\exp\left(\frac{k \tan \delta}{b} h_2\right) - 1 \right] - \frac{\gamma b}{\tan \delta} h_2 \quad (31)$$

上式求得的 P_2 应与按本文第 3 节中整体土楔法所得到的 P_2 相等, 即

$$P_2 = \frac{1}{2} \gamma h_2^2 K_2 \quad (32)$$

结合式 (31)、(32), 整理为关于 k 的方程得:

$$\exp\left(\frac{2 \tan \delta}{t_2} k\right) = \left(\frac{2K_2 \tan^2 \delta}{t_2^2} + \frac{2 \tan \delta}{t_2} \right) k + 1 \quad (33)$$

应用软件 Matlab 求解此超越方程, 即可得侧压力系数 k 值。

将式 (32) 和常数 D_1 、 D_2 的表达式代入式 (30) 中, 化简并结合式 (6) 可得

$$P_1 = P_2 - \frac{\gamma k}{2kD_1 + 4} (h_1 - h_2)^2 - \frac{D_2}{D_1} (h_1 - h_2)^{-kD_1} = \frac{\frac{2P_2}{\gamma h_2^2} B_1 + C_1}{A_1} \frac{\gamma h_1^2}{2} = K_1 \frac{\gamma h_1^2}{2} \quad (34)$$

即证明采用片体单元法得到的被动土压力合力与式 (19) 结果一致。同时, 挡土墙被动土压力合力作用点距墙底的距离为

$$h_p = \frac{\int_0^{h_1} (h_1 - z) p_z dz}{P_1} = h_1 - \frac{1}{P_1} \left(\frac{\gamma b^2 h_2}{k \tan^2 \delta} - \frac{\gamma b^3}{k^2 \tan^3 \delta} \right) \exp\left(\frac{k \tan \delta h_2}{b}\right) - \frac{1}{P_1} \left[\frac{\gamma b^3}{k^2 \tan^3 \delta} - \frac{\gamma b h_2^2}{2 \tan \delta} + \frac{(3h_1 h_2^2 - 2h_2^3 - h_1^3) \gamma k}{6(kD_1 + 2)} \right] - \frac{1}{P_1} \left(\frac{D_2 k (h_1 - h_2)^{1-kD_1}}{(kD_1 - 1)} - \frac{D_2 (h_1 - h_2)^{-kD_1}}{D_1} \right) \quad (35)$$

式中: P_1 按式 (30) 计算。

以 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $h_1 = 1.0 \text{ m}$, $\varphi = 30^\circ$ 和 $\delta =$

$\varphi/3$ 为例, 根据式 (23)、(29) 及 (35) 绘出不同宽高比 t_1 下的水平被动土压力分布图及合力作用点高度随 t_1 变化的曲线, 如图 6、7 所示。

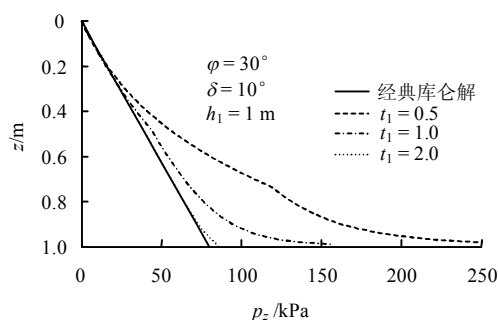


图 6 水平被动土压力分布

Fig.6 Distribution of horizontal passive earth pressures

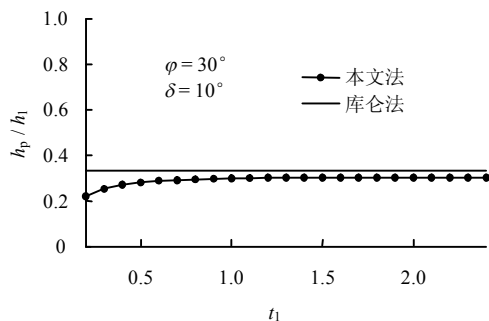


图 7 合力作用点高度随宽高比 t_1 的变化

Fig.7 Variation of heights of application points of resultant earth pressures with t_1

由图可以看出, 本文方法得到的被动土压力分布与经典库仑理论得到的线性分布存在明显的差异, 主要表现为: ①库仑理论的土压力强度随深度线性增大, 而本文得到的分布曲线为非线性, 随着深度加深, 土压力呈指数增长; ②随着宽高比的减小, 被动土压力强度值逐渐增大, 合力作用点也逐渐向下移动。

7 与数值分析结果的对比

将以上的理论结果与 ABAQUS 有限元分析数值解以及按半无限土体假定的库仑解进行比较, 其被动土压力分布的计算结果对比如图 8 所示。可知相对库仑解, 本文理论解得到的被动土压力分布与数值解吻合较好。表 2、3 给出了不同方法的被动土压力合力值和作用点高度的比较。本文理论解和数值解都较好地反映了被动土压力合力随土体宽度 t_1 减小而增大的规律, 而经典库仑解无法反映这一规律。

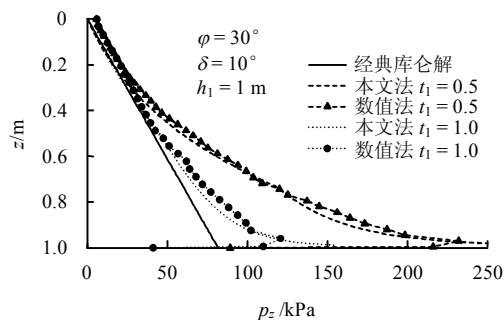


图 8 不同方法下被动土压力分布

Fig.8 Distribution of horizontal passive earth pressures with different methods

表 2 被动土压力合力值的比较 (单位: kN/m)

Table 2 Comparisons of resultant passive earth pressures(unit: kN/m)

t_1	本文理论解	有限元数值解	经典库仑解
0.5	76.622	83.814	40.804
1.0	48.715	53.299	40.804
2.0	41.058	42.251	40.804

表 3 合力作用点相对高度 h_p/h_1 的比较

Table 3 Comparisons of relative heights of resultant passive earth pressures

t_1	本文理论解	有限元数值解	经典库仑解
0.5	0.281	0.267	0.333
1.0	0.299	0.305	0.333
2.0	0.303	0.354	0.333

8 结 论

(1) 基于无黏性土中狭窄基坑刚性挡墙相对平移时土体被动滑裂面分布的有限元数值分析结果, 并借鉴库仑平面土楔假定, 建立了狭窄基坑有限土体被动土压力的理论计算模型, 考虑墙-土之间的摩擦作用, 推导了被动极限状态下滑裂面倾角及被动土压力系数的解析公式。

(2) 与经典库仑土楔滑裂面倾角不同的是, 狭窄基坑挡墙的被动滑裂面倾角 θ_1 和被动土压力系数受被动区土体宽高比的影响。随着挡墙之间的水平距离与高度之比 t_1 的减小, θ_1 逐渐增大, 并趋于平稳。随着 t_1 的减小, 被动土压力系数 K_1 逐渐增大, 且增加幅度越发明显, 当 t_1 接近 0 时, K_1 趋于无穷大; 随着 φ 、 δ 的增大, K_1 的增加幅度也趋于增大。

(3) 利用水平薄层单元法, 得到了狭窄基坑平动模式挡墙的水平被动土压力分布、土压力合力作用点高度的理论公式。墙后土压力的分布不再是库仑土压力理论得出的线性分布, 而呈非线性分布, 随着 t_1 的减小, 被动土压力的合力在增大的同时, 合力作用点高度也逐渐往墙底移动。

参考文献

- [1] FANG Yung-show, HO Ying-chieh, CHEN Tsang-jiang. Passive earth pressure with critical state concept[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2002, 128(8): 651—659.
- [2] DUNCAN J M, MOKWA R L. Passive earth pressures: Theories and tests[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2001, 127(3): 248—257.
- [3] FRYDMAN S, KEISSAR I. Earth pressures on retaining walls near rock faces[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1987, 113(6): 586—599.
- [4] TAKE W A, VALSANGKAR A J. Earth pressures on unyielding retaining walls of narrow backfill width[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(6): 1220—1230.
- [5] 马平, 秦四清, 钱海涛. 有限土体主动土压力计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 1): 3070—3074.
MA Ping, QIN Si-qing, QIAN Hai-tao. Calculation of active earth pressure for limited soils[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Supp. 1): 3070—3074.
- [6] 庞小朝, 刘国楠, 陈湘生. 深大基坑中心岛法墙前被动土压力的计算方法[J]. 铁道建筑, 2009, (5): 80—83.
- [7] 谢小荣, 张可能, 许宏武. 极限分析法计算有限土体主动土侧压力[J]. 西部探矿工程, 2005, 17(9): 22—23.
XIE Xiao-rong, ZHANG Ke-neng, XU Hong-wu. Calculation of lateral active earth pressure for limited soils by limit analysis method[J]. **West-China Exploration Engineering**, 2005, 17(9): 22—23.
- [8] 何颐华, 杨斌, 金宝森, 等. 双排护坡桩试验与计算的研究[J]. 建筑结构学报, 1996, 17(2): 58—66.
HE Yi-hua, YANG Bin, JIN Bao-sen, et al. Studies of test and calculation for double row piles[J]. **Journal of Building Structure**, 1996, 17(2): 58—66.
- [9] 王元战, 李珊珊, 李新国. 挡土墙被动土压力分布与被动侧压力系数[J]. 中国港湾建设, 2006, 144(4): 9—12.
WANG Yuan-zhan, LI Shan-shan, LI Xin-guo. Passive earth pressure on a retaining wall and lateral coefficient of passive earth pressure[J]. **China Harbour Engineering**, 2006, 144(4): 9—12.

上接第 3754 页

ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, LIU Ming-wei, et al. Definition and transformation of slope safety factor based on Drucker-Prager criterion[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(Supp. 1): 2730—2734.

- [3] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1345—1348.
LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei, et al. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in

elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(8): 1345—1348.

- [4] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3381—3388.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM in soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3381—3388.